Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2021. Том 01. № 02 (02)
https://rio-nb-bstu.science

ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ СРЕДНИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

doi: 10.51639/2713-0576_2021_1_2_69
УДК 514.01
ГРНТИ 27.21

Квадратура круга сегодня

[1,2] Сайфов Р. А., [2,3*] Мкртычев О. В.

[1] *Россия, 353912, Новороссийск, МБОУ гимназия №4 ул.Герцена 11А*
[2] *Физико-математическая школа образовательного центра «Юные шуховцы» при НФ БГТУ им. В. Г. Шухова, 353919, Россия, Новороссийск, Мысхакское шоссе 75*
[3] *НФ БГТУ им. В. Г. Шухова, 353919, Россия, Новороссийск, Мысхакское шоссе 75*

email: sayfovr@yandex.ru, [*] mkrtychev-o-v@nb-bstu.ru

Цель работы – обозначить современное отношение к задаче «квадратура круга» – одной из трех знаменитых задач древности. В этой работе будут рассмотрена история задачи, берущая свое начало с древнего Египта, интересные попытки решений задачи учеными античности классическими методами (линейкой и циркулем) и неклассическими методами (в-первую очередь учеными древней Греции) вкупе с доказательством невозможности решения задачи(из-за числа π). Также в статье даны некоторые варианты практического применения задачи квадратуры круга (архитектура, дизайн, физика, химия). Обозначена позиция авторов относительно трех задач древней Греции и их будущего.

Ключевые слова: квадратура круга, не разрешаемые задачи, геометрия древней Греции.

Введение

Одной из самых популярных неразрешимых задач древнего мира является квадратура круга [1–3]. Свою аудиторию она привлекает формальной простотой формулировки: «Построить квадрат, площадь которого была бы равна площади данного круга». С первого взгляда она кажется простой и незамысловатой – любой, даже непрофессиональный в сфере математики человек в наши дни понимает понятие площади квадрата и круга. Энтузиасты до сих пор пытаются решить задачу разными методами, часто отклоняясь от классических (использование при решении задачи циркуля и линейки). Впрочем – безуспешно. Почему построение такой фигуры невозможно – куда более интересная в кругах математиков тема. Этот вопрос мы и рассмотрим в этой работе, заодно определим практическую пользу этой задачи сегодня.

История задачи

Изначально измерение математических свойств фигур разного рода сводилось к чисто практическим потребностям и соответствовало решению именно практических проблем. Впервые – Междуречье (Вавилон, в первую очередь) и Египет. Известнейшим древнеегипетским папирусом с математическими содержанием является папирус Ахмесаили иначе «лондонский» папирус. Среди задач папируса: найти площади фигур и объемы тел. Сложной практической формулировкой зашифрована формула: $S = (8/9 \cdot d)^2$.

Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2021. Том 01. № 02 (02)
https://rio-nb-bstu.science

Исходя из этого значение π египтяне принимали равным 3,16. Погрешность относительно реального значения (π ≈ 3,14) невелика, потому практических проблем такая неточность не вызывала.

Вавилоняне же считали, что π = 3 (но мнения ученых тут расходятся).

Следующий и самый громаднейший шаг в попытках решения задачи был сделан в древней Греции. Впервые там появляется доказательство в отличие от словесных рецептов востока. Среди самых известных философов, пытавшихся решить задачу можно назвать такие имена как: Фалес, Пифагор, Антифон, Гиппократ, Аристотель, Бризон и другие. Среди известных предположений популярность в древней Греции получило предположение Антифона: «Вписывание в круг правильных n-угольников, где n-степень двойки, до исчерпания круга – есть решение квадратуры круга». В этом есть здравый смысл, ведь любой многоугольник можно преобразовать в квадрат, а значит, по логике Антифона, задача решена, да еще и классическими методами – циркулем и линейкой. Аналогичное предположение возникло у Бризона, однако в его формулировке фигура со степенью двойки все больше прижимается к кругу снаружи. Он ошибочно считал площадь круга средним арифметическим площади вписанного n-угольника и описанного n-угольника.

Несколько позже платоники дали новое окончательное определение задачи: «Построить циркулем и линейкой квадрат, равновеликой данному кругу». Стоит отметить, что многие люди в истории человечества пытались использовать неклассические методы, что приводило к обогащению математики новыми инструментами и формулами.

Методы и интересные попытки решения

Одна из самых интересных попыток решения описана Белозеровым в его работе «Пять знаменитых задач древности» [2]:

«В IV веке до н. э. число кривых и способов их получения расширилось. Древние греки стали уже делить кривые на два класса: 1) «геометрические» кривые, получающиеся от пересечения некоторых поверхностей с плоскостями; 2) «механические» кривые, образуемые движением (с помощью механизмов). Попытки использовать «геометрические» кривые при решении квадратуры круга тоже не приводили к цели. «Механические» кривые, хотя и были под запретом в школе Платона, все же использовались некоторыми учеными. Особенно успешно использовались квадратриса и спираль: с их помощью удалось спрямить окружность, а следовательно и сквадратировать круг.

Квадратриса AF_kM (рис. 1) – это геометрическое место точек (F_k) пересечения прямых A_kB_k с радиусами CE_k. Точки F_k можно представить как точки пересечения равномерно движущейся стороны квадрата AB и равномерно вращающейся стороны квадрата CA вокруг точки C; при этом AB и CA приходят в положение CD одновременно.

Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2021. Том 01. № 02 (02)
https://rio-nb-bstu.science

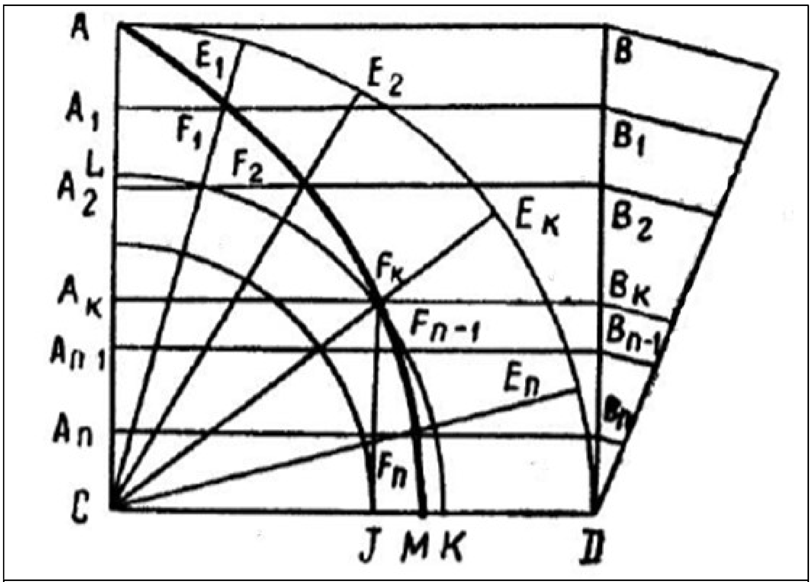

Рис. 1. К спрямлению дуги окружности (рис. взят из [2])

Для спрямления четверти окружности AE_kD (а следовательно и всей окружности) достаточно указанной части квадратрисы. Папп утверждал, что Динострат пользовался при этом пользовался основным свойством этой кривой:

$$\text{дуга } AE_kD : CD : CM. \tag{1}$$

Доказательство правильности равенства (1) ведется методом от противного, которым в то время широко пользовались. Проведем две концентрические окружности с AE_kD: одна из них проходит через точку F_k, лежащую на квадратрисе, вторая – через точку I – основание перпендикуляра из точки F_k на CD.

Допустим сначала, что

$$AE_kD : CD = CD : CK, \tag{2}$$

где $CK > CM$.

На основании того, что окружности относятся, как их радиусы, имеем

$$\text{дуга } AE_kD : \text{дуга } LF_k = CD : CK. \tag{3}$$

Из (2) и (3) следует, что

$$\text{дуга } LF_kK = CD = CA. \tag{4}$$

Кроме того, по определению квадратрисы,

$$\text{дуга } AE_kD : \text{дуга } E_kD = CA : F_kI \tag{5}$$

и

$$\text{дуга } AE_kD : \text{дуга } E_kD = CA : F_kK. \tag{6}$$

На основании (4)

$$\text{дуга } AE_kD : E_kD = CA : F_kK. \tag{7}$$

Тогда из (5) и (7) следует, что $F_kI = F_kK$, но это, очевидно невозможно. Значит допущение (2) неверно. Допустим теперь, что

$$AE_kD : CD = CD : CI \tag{8}$$

где $CI < CM$. Рассуждая аналогично предыдущему, Динострат и в этом случае пришел к противоречию, и, следовательно, предположение (8) тоже неверно. Из этого он сделал вывод: справедливо только равенство (1) и что длина четверти окружности дуга $AE_kD = (CD)^2/CM$, а длина всей окружности

$$4\,AE_kD = 4\,(CD)2/CM. \tag{9}$$

В правой части (9) CD и CM – прямые линии; $4(CD)^2/CM$ тоже может быть выражено в виде отрезка прямой. Следовательно, с помощью квадратрисы может быть найден отрезок прямой равный длине окружности. Так впервые в истории математики было дано точное решение задачи о спрямлении окружности. Если верно предположение некоторых историков математики, что Динострат знал и теорему: площадь круга равна площади прямоугольного

Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2021. Том 01. № 02 (02)
https://rio-nb-bstu.science
треугольника, один из катетов которого равен радиусу этого круга, а второй – длине его окружности, то тем самым Диностратне только спрямил окружность, но и мог точно сквадратировать круг. С помощью квадратрисы решали задачу о квадратуре круга и другие древнегреческие математики».
Евклид в «Началах» внес большой вклад в развитие всей математики и геометрии в частности. Так, были запечатлены все существующие тогда теоремы и их доказательства. Многие ученые впоследствии использовали теоремы, описанные Евклидом в решении квадратуры круга.

Квадратура круга сегодня

Рассуждая над практическим применением любого аспекта геометрии, в-первую очередь в голову приходит архитектура. Действительно, архитектурные сооружения – самый наглядный способ показать красоту геометрии. Но также есть множество других сфер применения геометрии, не менее важных, чем геометрия. В случае квадратуры круга возможны следующие применения:
1. Архитектура. Например, башня, одной и составных частей служат квадрат и круг одинаковой площади, наложенные друг на друга так, что центр пересечения диагоналей квадрата совпадает с центром круга (рис. 2).

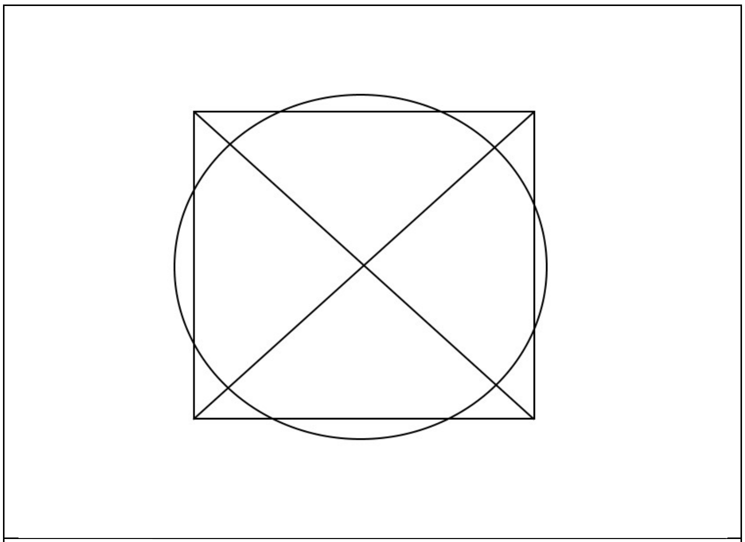

Рис. 2. Применение в архитектуре

2. Физика. Такое же геометрическое место точек применимо, например, в создании оружия. Тело автомата, имея при себе углы, как у квадрата может помочь в ближнем бою, когда как ствол, который обязан быть круглым, для удобства использования может быть спроектирован равной с квадратом площадью.
3. Химия. Иногда, для экспериментов над пластами материала может быть полезна колба формы прямоугольного параллелепипеда, с площадью, равной площади круглой формы.
Конечно, это далеко не все сферы применения квадратуры круга. Задача очень разнообразна на практическое применение, и, порой, неочевидна, но в этом её прелесть.

Заключение

Авторы считают, что среди трех классических задач древней Греции (трисекция угла, удвоение куба и квадратура круга) квадратура круга является самой интересной и разнообразной на практическое применение. Квадратуру круга очень легко увидеть во многих вещах – чаще всего в дизайне и архитектуре, потому что равенство площадей эстетически радует глаз. Кроме того, человек всегда старается свести все к прямым линиям, потому что они понятны человеку больше всего. Окружность – соединенная кривая линия. Доказательство невозможности полной квадратуры круга также имеет философский смысл: человеку не под силу все упростить до прямых линий. В любом случае, у задачи квадратуры круга есть свое практическое будущее, такое же значительное, как и вклад, который задача уже внесла в развитие математики.

Список литературы

1. Аргунов Б. И., Балк М. Б. Геометрические построения на плоскости. М., Учпедгиз, 1957. 263 стр.
2. Белозеров С. Е. Пять знаменитых задач древности (История и современная теория). Изд-во Ростовского университета, 1975. 320 стр.
3. Рудио Ф. О квадратуре круга. Пер. с нем. под ред. С. Н. Бернштейна. Объединенное научно-техническое издательство ОНТИ НКТП СССР, Москва, Ленинград, 1936. 239 стр.

Squaring the circle today

[1,2] Sayfov R. A., [2,3*] Mkrtychev O. V

[1] *MBOU gymnasium №4, 353912, Russia, Novorossiysk, st. Herzen 11A*
[2] *Physics and mathematics school at the educational center «Young Shukhovtsy» of Novorossiysk Branch of Belgorod V G Shukhov State Technology University, 353919, Russia, Novorossiysk, Myskhakskoe shosse 75*
[3] *Novorossiysk Branch of Belgorod V G Shukhov State Technology University, 353919, Russia, Novorossiysk, Myskhakskoe shosse 75*

The purpose of the work is to indicate the modern attitude to the problem of "squaring the circle" - one of the three famous problems of antiquity. This work will consider the history of the problem, which originates from ancient Egypt, interesting attempts to solve the problem by scientists of antiquity using classical methods (ruler and compasses) and non-classical methods (primarily by scientists of ancient Greece), together with the proof of the impossibility of solving the problem (due to number π). Also, the article gives some options for the practical application of the problem of squaring the circle (architecture, design, physics, chemistry). The position of the authors regarding the three tasks of ancient Greece and their future is outlined.

Keywords: squaring the circle, unsolvable problems, geometry of ancient Greece.