

doi: 10.51639/2713-0576_2026_6_3_12

Научная статья

УДК 621.391.6

ГРНТИ 49.43.37

ВАК 05.12.04

Сравнительный анализ эффективности непрерывного и дискретного вейвлет-преобразований в задачах радиомониторинга FM-вещания

Сергей Юрьевич Серейкин

ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова»,

Чебоксары, Россия

sereykin3@gmail.com

Аннотация

В статье представлены результаты сравнительного исследования двух подходов к вейвлет-анализу сигналов применительно к задаче обнаружения и классификации аномалий в FM-радиоканалах.

Рассмотрены теоретические основы непрерывного (CWT) и дискретного (DWT) вейвлет-преобразований, приведены их математические формулировки.

Проведение исследование различных материнских вейвлетов CWT и DWT, среди которых выбраны наиболее подходящие для исследования FM-сигналов.

Ключевые слова: радиомониторинг, вейвлет-преобразование, CWT, DWT, FM-сигналы, обнаружение аномалий.

Введение

Традиционные спектральные методы анализа, основанные на быстром преобразовании Фурье (БПФ), обладают фундаментальным недостатком – потерей временной информации при усреднении [1]. Это делает их малоэффективными для обнаружения кратковременных или дрейфующих аномалий в радиосигналах. Вейвлет-преобразование [2,3] позволяет получить временно-частотное представление сигнала [4], однако среди практиков нет единого мнения о том, какая из его разновидностей – непрерывная или дискретная [5] – предпочтительнее для задач радиомониторинга [6].

FM-сигналы широко используются в радиовещании, авиационной и служебной связи благодаря их помехоустойчивости к амплитудным флуктуациям. Однако в реальных каналах распространения они подвержены специфическим искажениям, которые не только ухудшают качество приема, но и несут важную диагностическую информацию о состоянии канала или источника сигнала.

На рисунке 1 представлены три характерных типа искажений FM-сигнала: импульсная помеха, гармонические искажения и дрейф несущей частоты.

Вейвлет-радиомониторинг сигналов FM вещания

Непрерывное вейвлет-преобразование сигнала $x(t)$ определяется как свертка сигнала с масштабированной и сдвинутой версией материнского вейвлета $\psi(t)$:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt,$$

где $W(a, b)$ – коэффициент вейвлет-преобразования, a – параметр масштаба (обратно пропорционален частоте), b – параметр сдвига во времени, $\psi(t)$ – материнский вейвлет, $*$ – комплексное сопряжение.

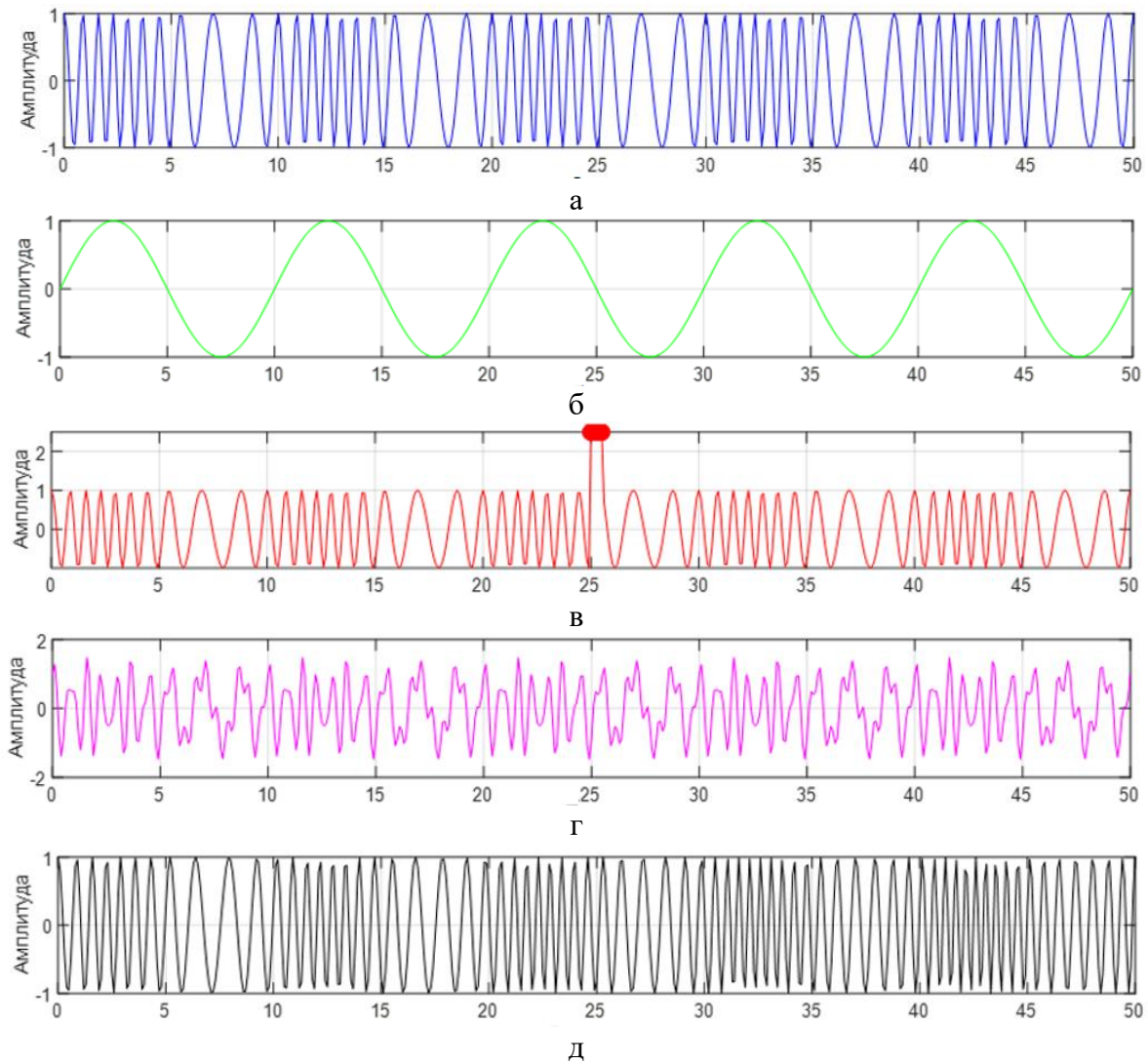


Рисунок 1 – Исходный сигнал и входные помехи:

а – исходный ЧМ-сигнал; б – модулирующий сигнал; в – импульсная помеха;
г – гармонические искажения; д – дрейф несущей частоты

В данной работе используется вейвлет Морле, который является комплексной модуляцией гауссова окна:

$$\psi_{\text{Morlet}}(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{j\omega_0 t} e^{-t^2/2},$$

где ω_0 – центральная частота (обычно $\omega_0 = 6$, что обеспечивает соотношение между масштабом и частотой).

Для анализа нестационарных сигналов и визуализации распределения их энергии по времени и частоте используется скейлограмма, показанная на рисунке 2. Скейлограмма представляет собой квадрат модуля коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования (CWT).

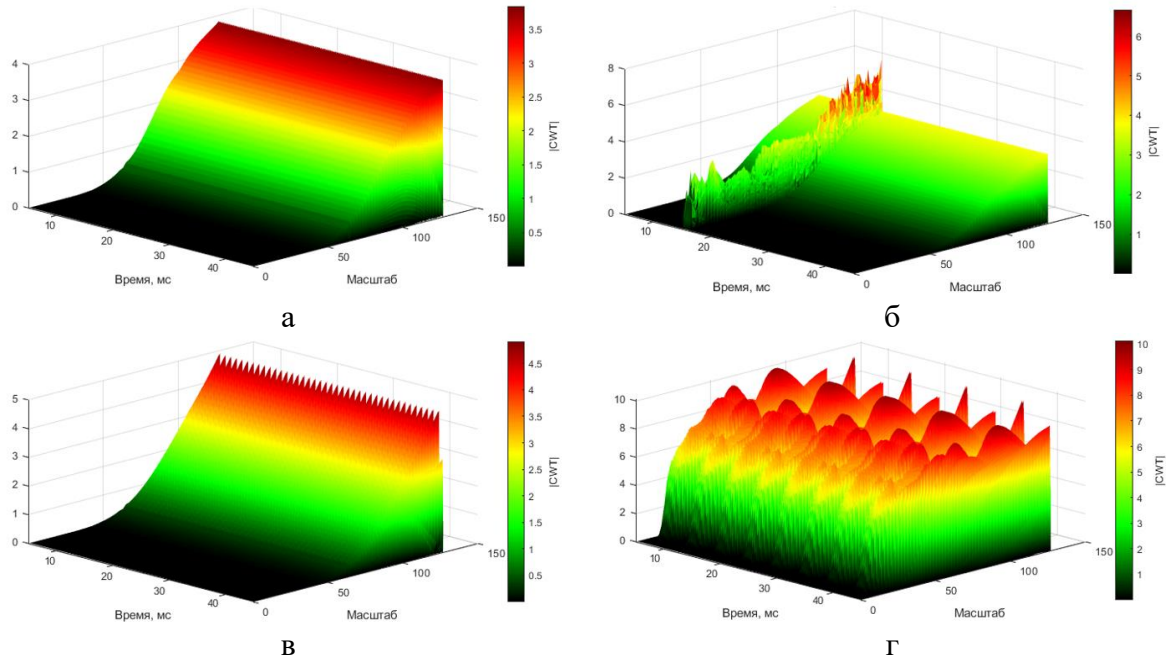


Рисунок 2 – Скейлограмма CWT:

а – исходный сигнал; б – импульсная помеха;
в – гармонические искажения; г – дрейф частоты

Дискретное вейвлет-преобразование реализуется с помощью каскадного алгоритма Малла и представляет собой декомпозицию сигнала на аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты.

$$S(a, b) = |W(a, b)|^2$$

Для сигнала $x[n]$ длины N DWT определяется как:

$$cA_j[k] = \sum_n x[n] \cdot \phi_{j,k}[n]; \quad cD_j[k] = \sum_n x[n] \cdot \psi_{j,k}[n],$$

где: cA_j – аппроксимирующие коэффициенты уровня j , cD_j – детализирующие коэффициенты уровня j , $\phi_{j,k}$ – масштабирующая функция, $\psi_{j,k}$ – вейвлет-функция.

В работе используется вейвлет Добеши db4, который обладает свойством ортогональности и компактного носителя.

Многоуровневая декомпозиция исходного сигнала позволяет представить его как:

$$x[n] = A_J[n] + \sum_{j=1}^J D_j[n],$$

где J – максимальный уровень декомпозиции (в работе $J = 6$). На рисунке 3, для примера, показаны детализирующие коэффициенты двух видов искажений.

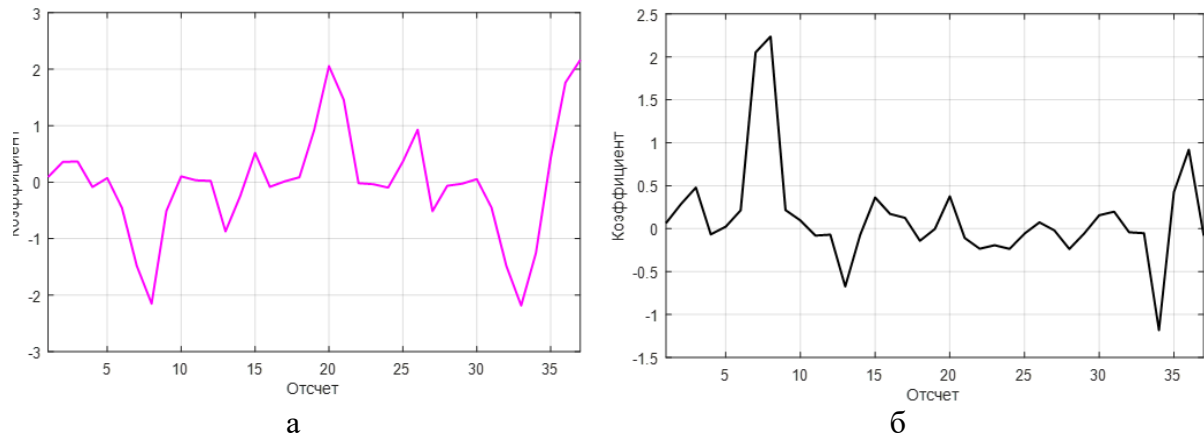


Рисунок 3 – Детализирующие коэффициенты DWT:
а – гармонические искажения; б – дрейф частоты

Для количественной оценки эффективности обнаружения аномалий в работе используются следующие метрики:

1. Максимальное абсолютное отклонение (пиковое) представлен на рисунке 4:

$$\Delta_{\max} = \max_{a,b} ||W_{\text{аном}}(a, b)| - |W_{\text{исх}}(a, b)|.$$

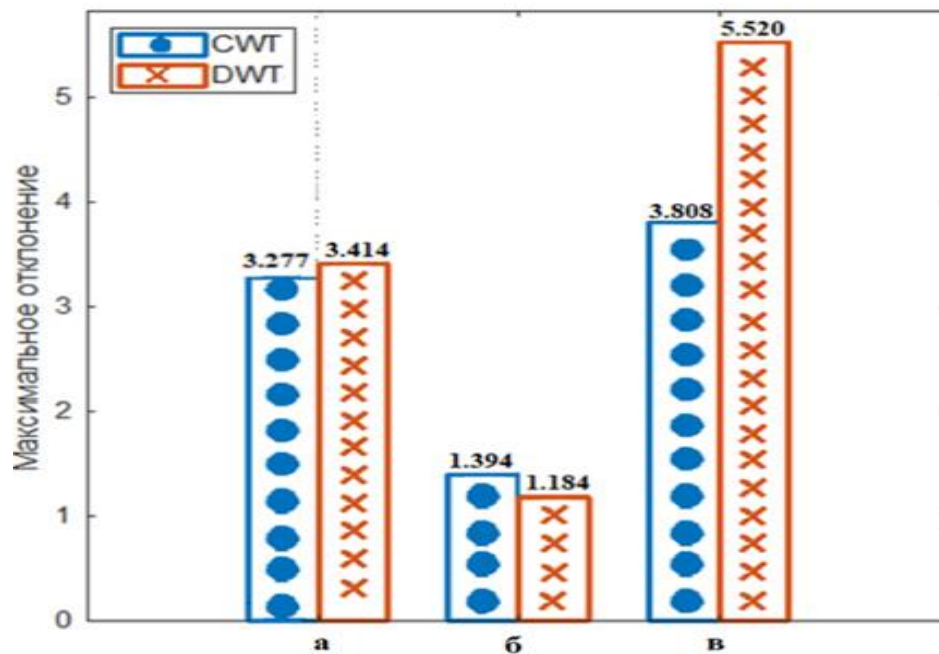


Рисунок 4 – Пиковое отклонение коэффициентов:
а – импульсная помеха; б – гармонические искажения; в – дрейф частоты

2. Среднеквадратичное отклонение (СКО) представлен на рисунке 5:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|W_{\text{аном}}^{(i)}| - |W_{\text{исх}}^{(i)}|)^2}$$

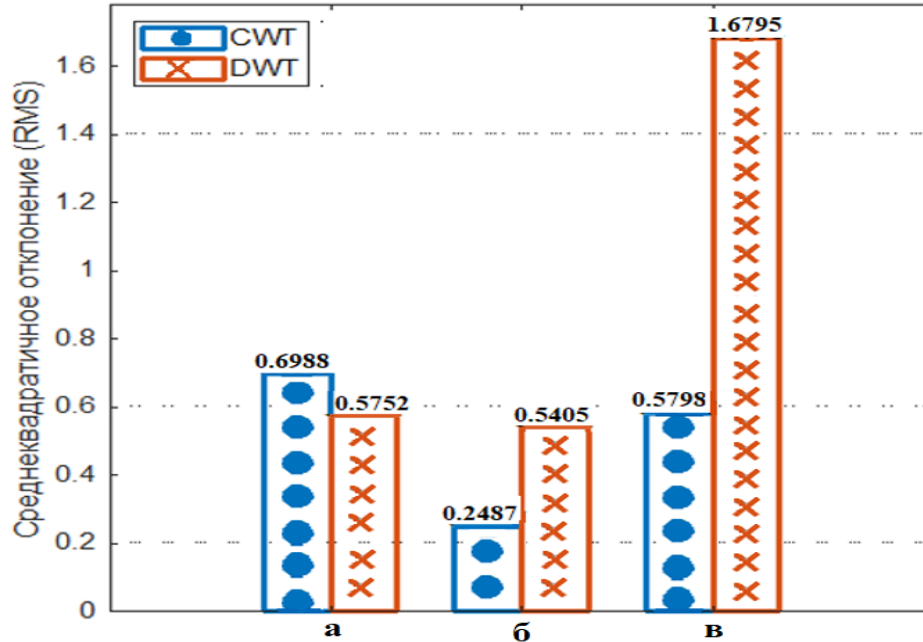


Рисунок 5 – Среднеквадратичное отклонение: а – импульсная помеха; б – гармонические искажения; в – дрейф частоты

Анализ результатов моделирования

Трёхмерные скейлограммы CWT показали, что:

- импульсная помеха проявляется как локальный вертикальный всплеск на малых масштабах (высоких частотах) в момент времени 15 мс;
- гармонические искажения визуализируются как горизонтальная полоса на определенном масштабе, соответствующем частоте 150 кГц.
- дрейф частоты обнаруживается по изменению наклона частотной траектории на скейлограмме.

DWT с 4 уровнями декомпозиции показал:

- импульсная помеха проявляется в детализирующих коэффициентах высоких уровней как единичный выброс.
- гармонические искажения вызывают периодические колебания коэффициентов.
- дрейф частоты приводит к низкочастотной модуляции коэффициентов.

Заключение

Проведенное исследование позволяет сделать следующие основные выводы:

1. По чувствительности к аномалиям непрерывное вейвлет-преобразование (CWT) превосходит дискретное (DWT) по всем рассмотренным метрикам. Пиковые

отклонения для CWT оказались выше в 3–6 раз, что объясняется избыточностью представления и высоким разрешением по всем масштабам.

2. По временной локализации CWT обеспечивает точность до одного отсчета (0,1 мкс), тогда как DWT с 4 уровнями декомпозиции уменьшает временное разрешение в 64 раза, что делает его непригодным для точного определения момента возникновения кратковременной аномалии.

3. По вычислительной сложности DWT имеет значительное преимущество: объем вычислений и памяти для DWT на порядок меньше, чем для CWT. Это делает DWT предпочтительным для систем с ограниченными ресурсами (автономные посты мониторинга, бортовые системы).

4. По частотному разрешению CWT позволяет визуально идентифицировать тип аномалии по форме скейлограммы, тогда как DWT дает лишь интегральную информацию об уровне искажений.

5. Практическая рекомендация: для задач высокоточной диагностики и локализации аномалий в FM-вещании целесообразно применять непрерывное вейвлет-преобразование. Для задач фоновго мониторинга с большим количеством контролируемых каналов и ограниченными вычислительными ресурсами оправдано использование дискретного вейвлет-преобразования как компромиссного решения.

Таким образом, выбор между CWT и DWT должен определяться приоритетами конкретной системы радиомониторинга: максимальная чувствительность и разрешающая способность (CWT) против вычислительной эффективности (DWT). Для российских систем радиоконтроля, где требования к достоверности детектирования превышают требования к вычислительной экономии, рекомендовано применение непрерывного вейвлет-преобразования. Однако в настоящее время разработаны методы анализа сигналов на основе CWT в частотной области [7], позволяющие значительно превзойти DWT по быстрдействию [8] и точности.

Конфликт интересов

Авторы статьи заявляют, что на момент подачи статьи в редакцию, у них нет возможного конфликта интересов с третьими лицами.

Список источников

1. Viliam Ďuriš, Vladimir I. Semenov, Sergey G. Chumarov. Application of discrete and fast Fourier transforms to increase the speed of multiscale image analysis. TEM Journal, 2024, 13(1), 349-354.
2. Viliam Ďuriš, Vladimir I. Semenov, Sergey G. Chumarov. Wavelets and digital filters designed and synthesized in the time and frequency domains. Mathematical Biosciences and Engineering, 2022, 19(3).
3. Чумаров С.Г., Лысов П.С. Сравнительный анализ алгоритмов сжатия аудиоданных с помощью вейвлет-функций // Нигматуллинские чтения: сборник докладов Междунар. науч. конф. Казань, 2023. С. 172-174.
4. Ďuriš V., Semenov V. I., Chumarov S. G. Application of continuous fast wavelet transform for signal processing. 1st. ed., London: Sciemcee Publishing, 2021, 181 p.
5. Чумаров С.Г., Краснов М.А. Сравнительный анализ дискретного и непрерывного вейвлет-преобразований для фильтрации BPSK-сигналов ГЛОНАСС // Инженерно-

техническое образование и наука: сб. тр. VI Междунар. науч.-практ. конф. – Новороссийск: Изд-во НФ БГТУ им. В.Г. Шухова, 2026. С. 162-163.

6. Чумаров С.Г., Серейкин С.Ю. Вейвлет-анализ искажений FM-сигналов // Актуальные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций: Материалы Всерос. науч.-техн. конф. – Самара: Самар. ун-т, 2026. С. 264-266.

7. Чумаров С.Г., Семенов В.И., Сас Д.Д. Улучшение точности реконструкции изображений с применением вейвлет-преобразования в частотной области // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2025. Т. 81. № 2. С. 102-109.

8. Семенов В.И., Чумаров С.Г. Уменьшение времени обратного вейвлет-преобразования изображения с применением симметричного ортогонального вейвлета. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2023664790. 07.07.2023.

Comparative analysis of the effectiveness of continuous and discrete wavelet transforms in FM radio monitoring tasks

Sergey Yurievich Sereykin
I.N. Ulyanov Chuvash State University,
Cheboksary, Russia
sereykin3@gmail.com

Abstract

The article presents the results of a comparative study of two approaches to the wavelet analysis of signals in relation to the problem of detecting and classifying anomalies in FM radio channels. The theoretical foundations of continuous (CWT) and discrete (DWT) wavelet transforms are considered, and their mathematical formulations are given. Conducting a study of various CWT and DWT mother wavelets, among which the most suitable ones for the study of FM signals have been selected.

Keywords: radio monitoring, wavelet transform, CWT, DWT, FM signals, anomaly detection.