

doi: 10.51639/2713-0576_2026_6_2_47

Научная статья

УДК 303.732

ГРНТИ 28.29

ВАК 2.3.1

Принятие решений с использованием иерархий и приоритетов

Дмитрий Денисович Лыков¹, Мария Максимовна Солодухина²,

Татьяна Петровна Фомина³

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет

имени П.П. Семенова-Тян-Шанского»,

Липецк, Россия

¹lykovdmitri2000@gmail.com, ³fomina_t_p@mail.ru

Аннотация

В статье рассматривается методология принятия решений в сложных многокритериальных условиях на основе построения иерархических структур и определения приоритетов элементов.

Основное внимание уделено методу анализа иерархий (МАИ), его теоретическим основам и математическому аппарату, включающему процедуру парных сравнений, вычисление собственных векторов матриц суждений и оценку согласованности экспертных оценок. На подробном практическом примере, посвященном стратегическому выбору локализации для нового производственного объекта, продемонстрирован пошаговый процесс применения метода: от декомпозиции цели и построения иерархии критериев через сбор экспертных оценок к синтезу глобальных приоритетов альтернативных вариантов.

Особый акцент сделан на анализе чувствительности полученного решения и интеграции МАИ с другими подходами для повышения устойчивости и обоснованности выводов. Статья носит прикладной характер и предназначена для специалистов в области менеджмента, системного анализа и проектного управления.

Ключевые слова: принятие решений, метод анализа иерархий (МАИ), парные сравнения, иерархия критериев, вектор приоритетов, согласованность суждений, многокритериальный выбор, синтез приоритетов, анализ чувствительности, стратегическое планирование.

Процесс принятия решений в условиях современной сложности экономических, управленческих и технологических систем представляет собой деятельность, требующую не только интуиции и опыта, но и применения строгих формализованных методов.

С увеличением количества альтернатив, критериев их оценки и взаимосвязей между факторами традиционные подходы к выбору становятся неэффективными. Необходимость учета разнородных, часто конфликтующих между собой целей – таких как минимизация затрат, максимизация качества, снижение рисков и соблюдение временных рамок – обуславливает потребность в инструментах, способных структурировать хаос данных и предпочтений.

Методологии, основанные на построении иерархий и определении приоритетов, занимают центральное место в арсенале методов поддержки принятия решений. Они

предоставляют логическую схему для декомпозиции сложной проблемы на составные части, установления их относительной важности и последующего синтеза в целостную оценку каждой альтернативы.

Данная статья посвящена детальному рассмотрению теоретических основ, математического аппарата и практической реализации одного из наиболее авторитетных методов данного класса – метода анализа иерархий, а также его интеграции с иными подходами для решения комплексных задач [1].

Метод анализа иерархий представляет собой систематическую процедуру для иерархического представления элементов, определяющих суть проблемы, и количественной оценки относительной значимости этих элементов.

Фундаментальным понятием в МАИ является иерархия – многоуровневая структура, на вершине которой находится главная цель, на промежуточных уровнях – критерии и подкритерии, а на нижнем уровне – альтернативные варианты решений [2]. Построение релевантной и полной иерархии является критически важным этапом, определяющим качество всего последующего анализа.

Сердцем математического аппарата МАИ является теория матриц и операция парного сравнения. Вместо непосредственного назначения весов элементам эксперт сравнивает их попарно относительно элемента вышестоящего уровня, используя вербальные суждения, которые затем переводятся в числовые значения по фундаментальной шкале относительной важности от 1 до 9. Шкала имеет следующую интерпретацию: 1 – равная важность; 3 – умеренное превосходство; 5 – сильное превосходство; 7 – очень сильное превосходство; 9 – абсолютное превосходство. Промежуточные значения 2, 4, 6, 8 используются для компромиссных оценок. Если элемент i при сравнении с элементом j получает оценку a_{ij} , то автоматически считается, что элемент j по сравнению с i имеет оценку $a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$ [3, 4].

Результатом сравнения n элементов одного уровня относительно общего для них критерия становится положительная антисимметричная матрица суждений A размера $n \times n$: $A = [a_{ij}]$, где $a_{ij} > 0$, $a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$, $a_{ii} = 1$ для всех $i, j = 1, \dots, n$.

Главная задача заключается в извлечении из этой матрицы вектора приоритетов $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, который отражал бы предпочтения, заложенные экспертом в матрицу A . В идеальном случае, если бы суждения были абсолютно согласованными (т.е. выполнялось бы условие $a_{ik} = a_{ij} \cdot a_{jk}$ для всех i, j, k), матрица A имела бы единичный ранг и была представима в виде $A = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}$. В реальности этого не происходит. Поэтому вектор приоритетов находят как собственный вектор матрицы A , соответствующий максимальному собственному числу λ_{\max} , решая уравнение: $A \cdot w = \lambda_{\max} \cdot w$ [3].

Для практических вычислений используется метод среднего геометрического (логарифмически-линейный метод) как достаточно точный и простой. Компоненты вектора приоритетов вычисляются в два шага [4, 5]:

1. Вычисляется среднее геометрическое каждой строки матрицы: $m_i = \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}$.
2. Вектор приоритетов получается нормализацией вектора m : $w_i = \frac{\sum_{k=1}^n m_k}{m_i}$.

Поскольку человеческие суждения не могут быть идеально согласованными, вводится мера отклонения от согласованности. Показателем согласованности матрицы

служит индекс согласованности (ИС), вычисляемый по формуле: $ИС = \frac{(\lambda_{\max} - n)}{(n - 1)}$, где λ_{\max} – максимальное собственное число матрицы А, которое может быть приближенно вычислено как $\lambda_{\max} \approx \left(\frac{1}{n}\right) * \sum_{\{i=1\}}^{\{n\}} \left(\frac{(A*w)_i}{w_i}\right)$. Для оценки приемлемости согласованности ИС сравнивается со средним индексом согласованности (СИ) случайно составленной матрицы того же порядка. Отношение согласованности (ОС) определяется как: $ОС = \frac{ИС}{СИ}$. Значение ОС, не превышающее 0.10 (10%), считается допустимым. В противном случае эксперту рекомендуется пересмотреть свои суждения.

После того как векторы локальных приоритетов вычислены для всех уровней иерархии, производится процедура синтеза.

Глобальный приоритет альтернативы вычисляется как сумма произведений ее локального приоритета по каждому элементу нижнего уровня критериев на вес этого элемента, взвешенный по всем вышележащим уровням. Формально, если w_c – глобальный приоритет критерия с, а $w_{\{a|c\}}$ – локальный приоритет альтернативы а относительно этого критерия, то глобальный приоритет альтернативы а равен: $P_a = \sum\{c\}w_c \cdot w_{\{a|c\}}$ [6].

Практический пример: стратегический выбор локализации нового производственного объекта

Рассмотрим задачу стратегического планирования для промышленной компании, стоящей перед выбором региона для строительства нового завода. Цель – максимизация долгосрочной экономической эффективности и минимизация стратегических рисков.

Шаг 1. Построение детализированной иерархии критериев и альтернатив.

Была разработана четырехуровневая иерархия.

Уровень 1 – цель. Стратегический выбор оптимальной локации для нового производственного объекта.

Уровень 2 – группы критериев (Факторы).

F1 – Экономические факторы.

F2 – Инфраструктурные и логистические факторы.

F3 – Трудовые и социальные факторы.

F4 – Нормативно-правовые и рискованные факторы.

Уровень 3 – детализированные критерии (Подфакторы).

F1.1 – Стоимость земли и строительства.

F1.2 – Уровень местных налогов и сборов.

F1.3 – Доступность и стоимость энергоресурсов.

F2.1 – Близость к основным поставщикам сырья.

F2.2 – Близость к ключевым рынкам сбыта.

F2.3 – Развитость транспортной инфраструктуры (дороги, ж/д, порт).

F3.1 – Наличие квалифицированной рабочей силы.

F3.2 – Уровень заработных плат в регионе.

F3.3 – Социальная стабильность и качество жизни.

F4.1 – Политическая стабильность региона.

F4.2 – Прозрачность и предсказуемость регулирования.

F4.3 – Риски экологических ограничений.

Уровень 4 – альтернативные регионы.

Регион А – Крупный индустриальный центр.

Регион Б – Развивающаяся особая экономическая зона.

Регион В – Приграничный регион с развитой логистикой.

Шаг 2. Экспертные оценки и расчет весов.

Группа экспертов провела парные сравнения. Иллюстративный пример матрицы для сравнения групп факторов приведен в Таблице 1.

Расчет по методу среднего геометрического для матрицы из Таблицы 1 [4]:

Таблица 1. Матрица парных сравнений групп факторов (F1-F4)

	F1	F2	F3	F4
F1	1	1/2	3	2
F2	2	1	4	3
F3	1/3	1/4	1	1/2
F4	1/2	1/3	2	1

1. Средние геометрические строк: $m_1 = (1 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot 2)^{\frac{1}{4}} \approx 1.316$; $m_2 \approx 2.213$; $m_3 \approx 0.451$; $m_4 \approx 0.760$.

2. Сумма m_i : $1.316 + 2.213 + 0.451 + 0.760 = 4.740$.

3. Вектор приоритетов (веса групп): $w_{F1} = \frac{1.316}{4.740} \approx 0.278$; $w_{F2} \approx 0.467$; $w_{F3} \approx 0.095$; $w_{F4} \approx 0.160$.

Проверка согласованности:

1. Вычисляется Aw : первый элемент: $10 \cdot 0.278 + 0.5 \cdot 0.467 + 3 \cdot 0.095 + 2 \cdot 0.160 = 1.142$. Аналогично для остальных: $\sim 1.913, 0.386, 0.649$.

2. $\lambda_{\max} \approx \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1.142}{0.278} + \frac{1.913}{0.467} + \frac{0.386}{0.095} + \frac{0.649}{0.160}\right) = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot (4.108 + 4.096 + 4.063 + 4.056) \approx 4.081$.

3. ИС = $\frac{(4.081 - 4)}{(4 - 1)} \approx 0.027$.

4. Для $n=4$ СИ = 0.90. ОС = $0.027 / 0.90 \approx 0.030 < 0.10$. Согласованность приемлема.

Аналогичным образом были получены веса для всех подфакторов относительно их родительских групп и локальные приоритеты регионов относительно каждого из 12 подфакторов [7].

Шаг 3. Синтез глобальных приоритетов и анализ чувствительности.

Результаты синтеза сведены в Таблицу 2.

Глобальный приоритет каждого региона является суммой его взвешенных оценок по всем конечным критериям.

Таблица 2. Сводная таблица синтеза глобальных приоритетов

Критерий (Глоб. вес)	Регион А (лок. приор.)	Регион Б (лок. приор.)	Регион В (лок. приор.)
F1.1 (0.142)	0.105	0.258	0.637
F1.2 (0.081)	0.320	0.104	0.576
...
F4.3 (0.048)	0.283	0.087	0.630
ГЛОБАЛЬНЫЙ ПРИОРИТЕТ	0.305	0.342	0.353

Расчет для Региона В по одному критерию F1.1: вклад = Глоб.вес(F1.1)·Лок.приор.(В|F1.1) = $0.142 \cdot 0.637 \approx 0.090$. Суммируя все такие вклады, получаем итоговый глобальный приоритет 0.353.

Для анализа устойчивости решения строится диаграмма чувствительности, показывающая, как изменится ранжирование альтернатив при варьировании веса ключевого критерия, например, «Близость к рынкам сбыта» (F2.2).

Проведенный анализ демонстрирует, что метод анализа иерархий представляет собой мощный и гибкий инструмент структурирования сложных проблем принятия решений.

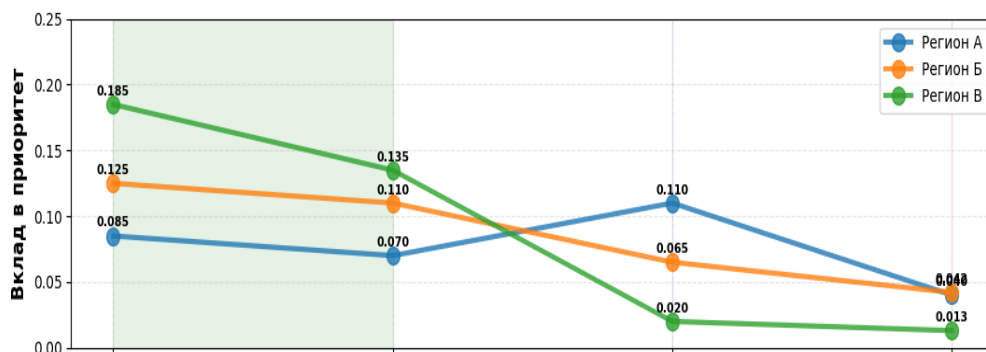
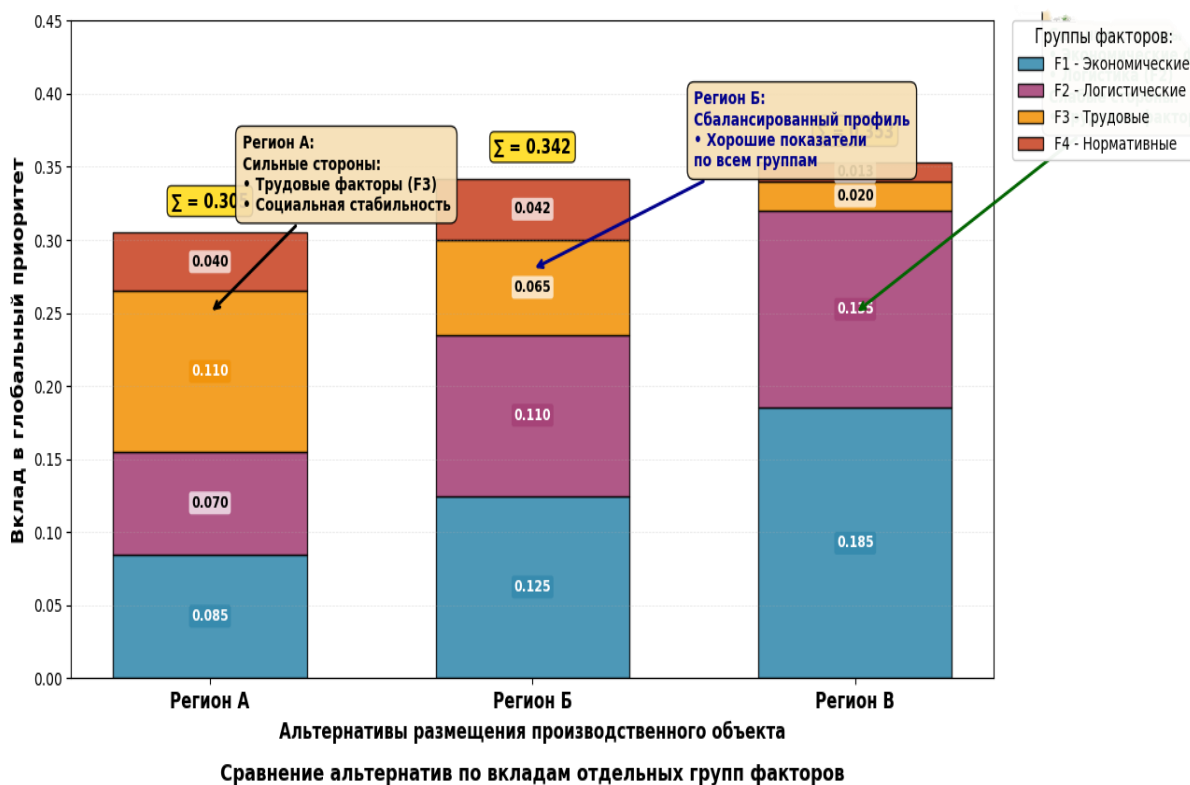


Рисунок 1 – Диаграмма вклада групп факторов в глобальный приоритет альтернатив

Его строгий математический аппарат, основанный на теории собственных векторов и согласованности суждений, позволяет перевести качественные экспертные оценки в количественные приоритеты [2]. Представленный пример выбора производственной локации иллюстрирует, как метод систематизирует множество разнородных факторов – от стоимостных показателей до политических рисков – и выдает четкий, обоснованный результат, в данном случае указывающий на незначительное преимущество Региона В.

Важно подчеркнуть, что сила МАИ заключается не в устранении субъективности, а в ее контролируемом и прозрачном учете. Процедура парных сравнений вынуждает эксперта глубже анализировать отношения между элементами, а расчет согласованности служит индикатором надежности его суждений. Однако область применения классического МАИ ограничена задачами со строгой иерархической зависимостью. В реальности критерии и альтернативы часто взаимосвязаны. Поэтому логичным развитием является метод анализа сетей, позволяющий учитывать обратные связи и зависимости внутри уровней.

Для повышения устойчивости решений МАИ часто комбинируют с другими методами. Например, для оценки альтернатив по количественным критериям (таким как стоимость) могут использоваться данные, нормализованные с помощью методов многокритериальной оптимизации (например, метод TOPSIS). Для обработки нечеткости и неопределенности в экспертных суждениях разработаны нечеткие расширения МАИ, где оценки задаются интервалами или треугольными числами. Таким образом, метод анализа иерархий служит не изолированным инструментом, а краеугольным камнем в комплексной системе поддержки принятия решений, обеспечивающей аналитическую строгость, прозрачность и обоснованность выбора в самых различных сферах человеческой деятельности.

Список источников:

1. Саати Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
2. Зайцев М. Г., Прядко С. Н. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы. – М.: Дело, 2022. – 256 с.
3. Петровский А. Б. Методы принятия решений в условиях неопределенности и риска // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2023. – № 2. – С. 41–59.
4. Литвин Ю. Н., Минченко О. В. Современные методы поддержки принятия управленческих решений: метод анализа иерархий и его модификации // Вестник университета. – 2024. – № 1. – С. 88–97.
5. Тягунова Т. Н., Шевелев Д. В. Нечеткий метод анализа иерархий в условиях неполной информации // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2023. – № 4. – С. 45–58.
6. Турков М. С. Интеграция метода анализа иерархий и метода TOPSIS для задач стратегического выбора // Бизнес-информатика. – 2022. – Т. 16, № 3. – С. 60–75.
7. Орлов А. И. Теория принятия решений. – М.: Экзамен, 2020. – 573 с.

Decision-making using hierarchies and priorities

Dmitry Denisovich Lykov¹, Maria Maksimovna Solodukhina²,
Tatyana Petrovna Fomina³

P.P. Semyonov-Tyan-Shansky Lipetsk State Pedagogical University,
Lipetsk, Russia

lykovdmitri2000@gmail.com, fomina_t_p@mail.ru

Abstract

The article discusses the methodology of decision-making in complex multicriteria conditions based on the construction of hierarchical structures and the determination of element priorities.

The main focus is on the method of analysis of hierarchies (MAH), its theoretical foundations, and the mathematical apparatus, which includes the procedure of pairwise comparisons, the calculation of eigenvectors of judgment matrices, and the assessment of the consistency of expert assessments.

A detailed practical example on strategic choice of localization for a new production facility demonstrates the step-by-step process of applying the method: from goal decomposition and building a hierarchy of criteria through expert assessments to the synthesis of global priorities of alternative options.

Special emphasis is placed on the sensitivity analysis of the obtained solution and the integration of the MAI with other approaches to increase the sustainability and validity of the conclusions. The article is of an applied nature and is intended for specialists in the field of management, system analysis and project management.

Keywords: decision-making, the method of analysis of hierarchies (MAI), paired comparisons, the hierarchy of criteria, the vector of priorities, the consistency of judgments, multicriteria choice, synthesis of priorities, sensitivity analysis, strategic planning.