Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2022. Том 02. № 04 (08)
https://rio-nb-bstu.science

МАТЕМАТИКА, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

doi: 10.51639/2713-0576_2022_2_4_11
УДК 517.926
ГРНТИ 27.00.00

Дифференциальные уравнения и их применение в медицине

Секаева Л. Р.

Казанский (Приволжский) федеральный университет
420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская 35

email: LRSekaeva@kpfu.ru

Дифференциальные уравнения занимают основное место в решении задач медико-биологических процессов. Применяя их, мы устанавливаем связь между переменными величинами, которые характеризуют данный процесс. Благодаря этому, проще, быстро и точно можно спрогнозировать скорость передачи инфекции, распространения эпидемии и принять профилактические меры как можно раньше. В данной статье рассмотрена роль математики в медицине. Её результаты применяются во многих естественных науках, а также в области более важной, для жизни человека. Основная причина – что без спасения здоровья, без гарантии самого физического выживания человека нельзя говорить о каком бы то ни было развитии человека. Математика имеет важное значение в жизни каждого отдельного человека и в обществе в целом. Встречаемся мы с математикой каждой день и каждую секунду – когда просыпаемся в кровати, которая построена согласно точным математическим расчётам, переходим дорогу на зелёный свет, который должен гореть определённое количество секунд. Ни секундой больше, но и не секундой меньше. Ведь от этого зависит жизнь людей. Теория дифференциальных уравнений в современное время представляет собой богатое содержание, которое тесно связано с другими областями математики.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, математические модели, применение в эпидемиологических ситуациях, медицине, вентиляции легких.

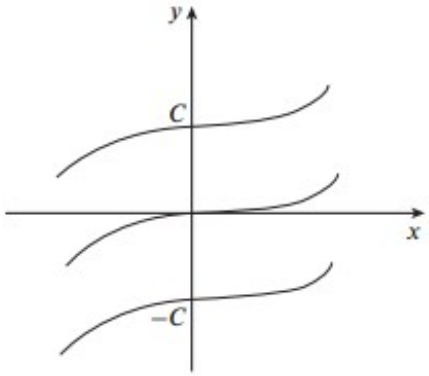
Основные понятия и определения дифференциального уравнения

Математические уравнения, описывающие различные медико-биологические процессы, могут включать в себя не только неизвестные функции, а также и их производные, то есть скорость, ускорение и т.д. Поэтому для нахождения функциональной зависимости между зависимыми и независимыми переменными необходимо уметь составлять и решать уравнения, содержащие неизвестную функцию, независимую переменную и производные от неизвестной функции. Данными уравнениями могут описываться биохимические процессы, которые происходят в организме, процессы размножения и гибели эритроцитов, бактерий, распространение импульсов в головном мозге, нервных и мышечных волокнах. Чтобы понять, что такое дифференциальные уравнения мы должны дать определение дифференциального уравнения.

Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2022. Том 02. № 04 (08)
https://rio-nb-bstu.science

Классификация дифференциальных уравнений

Классификация дифференциальных уравнений основана на различных факторах, таких как тип, порядок, линейность и однородность и т.д. Типами дифференциальных уравнений являются: обыкновенные дифференциальные уравнения: Обыкновенные дифференциальные уравнения – это уравнения, которые зависят только от одной независимой переменной.
Уравнения в частных производных – это типы дифференциальных уравнений, в которых две или более независимых переменных влияют на зависимую переменную. Равенство, связывающее независимую переменную x , неизвестную функцию $y = f(x),$ а также её производные $y', y'', \ldots, y^{(n)},$ называется обыкновенным дифференциальным уравнением. Неизвестной является функция одного переменного в обыкновенных дифференциальных уравнениях. Общий вид уравнения: $F(x, y', y'', \ldots) = 0,$ где F – известная функция, заданная в некоторой фиксированной области; x – независимая переменная; y – зависимая переменная (то есть зависимая от x) и подлежащая определению; $y', y'', \ldots, y^{(n)},$ – её производные. Уравнения, в которых неизвестными являются не только сами функции, но и их производные называются дифференциальными уравнениями. Если в уравнение входит независимая переменная, неизвестная функция и её первая производная, то это уравнение называется дифференциальным уравнением первого порядка. Порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной неизвестной функции, входящей в это уравнение.
Решением дифференциального уравнения называют любую функцию при подстановке, которой в это уравнение получается тождество. Простейшим уравнением первого порядка является уравнение: $y' = f(x).$ График решения дифференциального уравнения называют интегральной кривой этого уравнения (см. рис.).



Классификация дифференциальных уравнений, основанная на их линейности, может выглядеть таким образом:
1. Линейные дифференциальные уравнения: это дифференциальные уравнения, в которых мощность переменной всегда равно единице.
2. Нелинейные дифференциальные уравнения: Дифференциальные уравнения, в которых переменные в уравнении равны любому числу, отличному от единицы.

Применение математических методов в профессиональной деятельности среднего медицинского персонала

Выполняя свои обязанности, медицинскому персоналу часто приходится применять различные математические вычисления. От точно проведённого расчёта может зависеть здоровье, а также и жизнь пациентов.

Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2022. Том 02. № 04 (08)
https://rio-nb-bstu.science

Расчёты во многих науках принято выражать в процентах. Лаборантам часто приходится встречаться с приготовлениями растворов с определённой массовой долей растворённого вещества, или смешением двух растворов разной концентрации, а так же разбавлением крепкого раствора водой.
Анализ, исследование, проверка многих физических задач, а также задач медицины, приводит к решению дифференциальных уравнений. Благодаря им, можно описать колебательные и волновые процессы. Таким образом, мы можем сделать вывод, что практическое применение дифференциальных уравнений разнообразно.
Например, в медицине дифференциальные уравнения используются:
– для определения скорости крови по сосудам, скорости движения клапанов и стенок сердца (экг), атак же вязкость крови и других параметров гемодинамики можно вычислить;
– для описания медико-ультразвуковых исследований: узи, эфи, эхоэнцефалограмма, ультразвуковая физиотерапия, ультразвуковая локация и кардиография;
– для описания процессов физиологической акустики, которая изучает устройство и работу звуковоспринимающих и звуковоспроизводящих органов человека и животных;
– для определения роста опухоли в зависимости от времени.
Эти и другие области применения дифференциальных уравнений делают их одной из самых актуальных и важных разделов математики.

Математические модели в медицине

Важно правильно построить математическую модель, чтобы она дала довольно точный состав структуры исследуемого процесса. Во-первых, это может позволить осуществить её практическую проверку с помощью соответствующих химических или биологических экспериментов. Во-вторых, математический анализ расширяет наши теоретические знания. Если основные уравнения можно решить аналитическим путем, то, подставляя в них различные значения рассматриваемых параметров, мы автоматически получаем решение всех возможных вариантов задачи. Желательно применять математические методы исследования модели, так как они могут позволить использовать аналитические возможности. Вполне возможно, во многих случаях решить основные уравнения аналитическими методами не удаётся и придётся обращаться к численным решениям. Если соблюдать достаточно осторожные численные решения часто дают значительный объём полезной информации о свойствах модели. Поскольку усложнения моделей и приближения их к упрощённым процессам уменьшается возможность получения сжатое изящное решение в наглядном виде, и тогда может возрасти необходимость обращаться к тем или другим формам численных решений.
Математическое моделирование биохимических систем является значимым инструментом для основного исследования и изучения явлений по сравнению с применением только обычных экспериментальных методов. Модели могут содействовать многостороннему качественному анализу биологических систем. В ответ на всяческие возмущения и мотивация к разработке новых экспериментов для проверки предсказаний. Моделирование, абсолютно можно, относится к процессу научных открытий. Ведь оно ведет к дальнейшему биологическому пониманию, определяя направление будущих исследований. Многие моделирования могут использоваться для решения различных медицинских вопросов. Использование обыкновенных дифференциальных уравнений в качестве инструментов для изучения динамики биологических систем, например, в биологии рака. Обыкновенные дифференциальные уравнения описывают, как свойства реальной системы развиваются с течением времени. Свойства называются состоянием системы и выбираются в зависимости от конкретного приложения. Например, если мы хотим понять, как уровни экспрессии белка развиваются в клеточной линии, было бы разумно определить состояние как вектор уровней экспрессии белка. Структура дифференциальных уравнений полезна, когда общая структура

X известна из физики или других научных принципов. Приведем пример. Биохимические реакции могут быть воспроизведены, использовав кинетики массового действия или функций. Лишь только, когда структура X выбрана, экспериментальные наблюдения могут быть применены для оценки значений неизвестных параметров в X. Оценка параметров модели для нелинейного X является открытой исследовательской задачей. Благодаря ей, происходит сбор измерений во временных точках, это является кропотливым, звуковые помехи могут спутать конкретные наблюдения и аналитические выражения для параметров. Они связаны с нелинейными динамиками временных существований. В обратном случае, если X линейно и проведено достаточное количество исследований, аналитические решения могут быть обнаружены с использованием традиционных подходов линейной алгебры, таких как повышение эффективности методом наименьших квадратов. В действительности количество экспериментальных наблюдений часто небольшое. Таким образом, большинство параметров могут одинаково хорошо описывать данные. Это указывает на то, что конкретные значения параметров не имеют особого значения. Вместо этого относительные значения параметров и качественные направления могут повысить качество, понимание взаимодействий и механизмов, которые управляют биологическими действиями системы. Вместе с тем, следует проанализировать чувствительность, так как она помогает определить, как значения параметров изменяются при небольших возмущениях в экспериментальных данных. Полезные модели, как правило, менее чувствительны. Можно сказать, что устойчивы к небольшим изменениям в данных.

Определив набор параметров модели на основе экспериментальных данных, следует смоделировать модель и сравнить смоделированное действие с экспериментальными данными. Часто часть данных сохраняются для подгонки модели (т.е. определения X), а другие данные для тестирования модели, необходимы для сравнения результатов моделирования и эксперимента. Данный процесс известен, как классическая проверка и обеспечивает оценку точности моделирования и ограничений. Правильная модель, как правило, обеспечивает высококачественное подходящие между моделированием и данными. Кроме того, параметры модели должны быть проанализированы с качественной точки зрения, чтобы улучшить понимание динамики биологической системы. Если бы параметрами были скорости реакций, соотношения параметров описывали бы относительные частоты реакций. Кроме того, дифференциальные уравнения могут быть смоделированы в новых условиях для создания новых гипотез, которые будут определять будущие эксперименты. Далее рассмотрим, как модель дифференциальных уравнений применяется для предложения новой стратегии химиотерапевтического лечения, основанной на многообещающих результатах моделирования.

Применение дифференциальных уравнений для решения задач

Дифференциальные уравнения занимают основное место при решении задач медико-биологического, физико-химического, фармацевтического содержания. Используя их, можем установить связь между переменными величинами, которые характеризуют процесс или явление.

Решение любой задачи, применяя математику, можно разделить на три части:

1. перевод условий задачи на язык математики;
2. решение задачи;
3. оценка результатов.

Первая часть работы обычно заключается в составлении дифференциального уравнения и является наиболее трудной, так как общих методов составления дифференциальных уравнений нет, и навыки в этой области могут быть приобретены лишь в результате конкретных примеров.

Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2022. Том 02. № 04 (08)
https://rio-nb-bstu.science

Линейность или нелинейность дифференциальных уравнений

Не менее важной характеристикой дифференциального уравнения является его линейность или нелинейность. Дифференциальное уравнение называется линейным, если в него входят неизвестные только в первой степени, нет членов, содержащих произведения этих неизвестных на их производные, а также функций этого неизвестного. Например, тригонометрических, логарифмических, показательных и др. В противоположном случае дифференциальное уравнение является нелинейным. Наиболее распространенными в медицине являются простейшие линейные дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядков. В некоторых исследованиях относительно сложных процессов, происходящих в организме, уравнение путем вполне допустимых упрощений обычно можно привести к линейному виду и ограничиться порядком не выше второго.

Заключение

Дифференциальные уравнения широко применяются почти во всех научных областях, медицина не является исключением. С их помощью можно рассчитать размер клеток крови и предсказать их изменения численности, как доброкачественных, так и злокачественных. Это позволяет врачам и учёным прогнозировать скорость передачи, распространения и принимать профилактические меры заранее.

Конфликт интересов

Автор статьи заявляет, что у неё нет конфликта интересов по материалам данной статьи с третьими лицами на момент подачи статьи в редакцию журнала, и ей ничего не известно о возможных конфликтах интересов в настоящем со стороны третьих лиц.

Список литературы

1. https://bookmos.ru/components/com_jshopping/files/img_products/matematika-uchebnik-2020-978-5-9704-5369-8.pdf
2. Леонов В.П., Ижевский П.В. Математика и медицина// Международный журнал медицинской практики. – 2005.
3. https://www.myuniversity.ru/Математика/Дифференциальные_уравнения_и_их_применение_в/300459_2808698_страница2.html
4. https://revolution.allbest.ru/mathematics/00508653_0.html
5. Секаева Л. Р. Курс лекций по дисциплине «Дифференциальное и интегральное исчисление» для студентов Института фундаментальной медицины и биологии направления «Медицинская кибернетика»/ Л. Р. Секаева. – Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2022. – 102 с.

Differential equations and their application in medicine

Sekaeva L. R.

Kazan (Volga Region) Federal University
420008, Russia, Kazan, st. Kremlin 35

Молодёжный вестник НФ БГТУ. 2022. Том 02. № 04 (08)
https://rio-nb-bstu.science

Differential equations occupy the main place in solving problems of medical and biological processes. Applying them, we establish a relationship between the variables that characterize a given process. Thanks to this, it is easier, faster and more accurate to predict the rate of infection transmission, the spread of the epidemic and take preventive measures as early as possible. This article discusses the role of mathematics in medicine. Its results are applied in many natural sciences, as well as in an area more important for human life. The main reason is that without saving health, without a guarantee of the very physical survival of a person, it is impossible to talk about any kind of human development. Mathematics is important in the life of each individual and in society as a whole. We meet with mathematics every day and every second - when we wake up in a bed that is built according to exact mathematical calculations, we cross the road to a green light that should burn for a certain number of seconds. Not a second more, but not a second less. After all, people's lives depend on it. The theory of differential equations in modern times is a rich content that is closely related to other areas of mathematics.

Key words: differential equations, mathematical models, application in epidemiological situations, medicine, lung ventilation.